Wettschwimmen bei Karl May

In einem der vielen Bände von Karl May wird ein Wettbewerb zwischen Old Shatterhand und einem Indianer (Intschu-tschuna) beschrieben, bei dem es darum ging, eine bestimmte Strecke möglichst schnell zu durchschwimmen. Old Shatterhand konnte sich aussuchen, ob er genau senkrecht quer zur Flußströmung hin und zurück, oder in Flußrichtung, allerdings dann entgegen beim Rückweg, schwimmen will. Er entschied sich für die Strecke quer und gewann. Die Frage ist, warum?

Sei die Fließgeschwindigkeit des Flusses v_{Fl},

die Schwimmgeschwindigkeit beider Kontrahenten gleich groß: v_S.

Die Strecke sei *s*, insgesamt sind also 2 x *s* zu durchschwimmen.

Behandeln wir zunächst die Strecke quer zur Flußströmung. Wegen der Strömung muß Old Shatterhand seine Schwimmrichtung unter einem Winkel α relativ zur geforderten Strecke halten.

$$\sin(\alpha) = \frac{v_{Fl}}{v_S}$$

Dabei erreicht er senkrecht zur Strömung die Geschwindigkeit

$$v_R = v_S * \cos(\alpha)$$

Er braucht also für die gesamte Strecke die Zeit:

$$t_1 = 2 * \frac{s}{v_R} = 2 * \frac{s}{v_S} * \frac{1}{\cos(\alpha)} = 2 * \frac{s}{v_S} * \frac{1}{\sqrt{1 - sin^2(\alpha)}} = 2 * \frac{s}{v_S} * \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_{Fl}}{v_S}\right)^2}}$$

Betrachten wir den zweiten Fall: Einmal schwimmt der Indianer mit der Strömung, er hat dabei die Geschwindigkeit $v_+ = v_{Fl} + v_S$. Zurück erreicht er die Geschwindigkeit $v_- = v_{Fl} - v_S$.

Die benötigte Zeit ist dann: $t_2 = \frac{s}{v_+} + \frac{s}{v_-} = s * \left(\frac{1}{v_S + v_{Fl}} + \frac{1}{v_S - v_{Fl}}\right) = 2 * \frac{s}{v_S} * \frac{1}{1 - \left(\frac{v_{Fl}}{v_S}\right)^2}$

Da der Radikant auf jeden Fall kleiner als 1 ist, ist die Wurzel immer größer als der Radikant selbst. (Kleiner als oder gleich Null darf er ohnehin nicht sein, dann könnten beide Kandidaten das Ziel nie erreichen.) Also ist der Schwimmer, der senkrecht zum Strom schwimmt auf jeden Fall schneller!

Interessant ist hier, daß die Karl May-Geschichte eine Parallele zu einem der berühmtesten Experimente der Experimentalphysik besitzt. Das Experiment von Michelson-Morley im Jahre 1887 sollte nachweisen, daß das Licht sich in einem sogenannten Lichtäther ausbreitet, daß es also durch die Bewegung der Erde um die Sonne herum direkt beeinflusst werden sollte. (Es ist durchaus möglich, daß May von den Untersuchungen gehört hat, da Michelson bereits im Jahre 1881 erste derartige Experimente in Potsdam durchgeführt hat. Immerhin erschien der Band „Winnetou I“ erst im Jahre 1892.) Geht man davon aus, daß sich die Erde relativ zum als ruhend gedachten Äther bewegt, dann würde sich ein Lichtstrahl, der sich in Richtung der Erdbewegung ausbreitet, mehr Zeit benötigen, um eine feste Strecke hin und zurück zu durchlaufen, als ein Lichtstrahl, der senkrecht dazu läuft.

Michelson und Morley konstruierten deshalb ein sehr empfindliches Zweistrahl-Interferometer, in dem das Licht in einem Arm in Richtung und im anderen Arm senkrecht zur Richtung der Erdbewegung verläuft. Würde obige Rechnung zutreffen, dann wäre der Arm mit senkrechtem Verlauf immer etwas „schneller“. Um dies zu testen setzten sie die Platte mit dem Interferometer in ein Quecksilberbad, um die gesamte Konstruktion erschütterungsfrei drehen zu können. Bei einem Austausch der beiden Richtungen hätte sich also das Interferenzbild verändern müssen um genau den oben abgeleiteten Betrag. (Die oben eingeführte Schwimmergeschwindigkeit v_s wäre hier die Lichtgeschwindigkeit c = $2.99792458 \cdot 10^8$ m/sec. Und die Geschwindigkeit v_E der Erde relativ zum in Ruhe gedachten „Äther“ in Höhe von ca. 30 km/sec entspräche der Strömungsgeschwindigkeit v_{Fl}.)

Die Beobachtung lieferte jedoch ein anderes Ergebnis: die Zeiten, die das Licht zum Durchlaufen der Strecken im Interferometer benötigten, haben sich bei der Drehung der Anordnung nicht verändert! Dies war der Ausgangspunkt für die spätere Entwicklung der Relativitätstheorie. Die Geschwindigkeit der Bahnbewegung der Erde beträgt nur den 10^{-4}-tenTeil der Lichtgeschwindigkeit. Deswegen können wir in den obigen Formeln Näherungen anwenden:

$$t_1 \ = \ 2 * \frac{s}{c} * \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v_E}{c}\right)^2}} \approx \ 2 * \frac{s}{c} * [1 + \tfrac{1}{2} * \left(\tfrac{v_E}{c}\right)^2]$$ und

$$t_2 \ = \ 2 * \frac{s}{c} * \frac{1}{1-\left(\frac{v_E}{c}\right)^2} \ \approx \ 2 * \frac{s}{c} * [1 + \left(\tfrac{v_E}{c}\right)^2]$$ wobei hier die Geschwindigkeiten ensprechend ersetzt sind.

Die Zeitdifferenz ist also:

$$\Delta t \ = \ t_2 - \ t_1 \ \approx \ \frac{s}{c} * \left(\frac{v_E}{c}\right)^2$$

Michelson-Morley verwendeten eine Länge s von 11 m und Licht bei einer mittleren Wellenlänge von 500 nm = $5 \cdot 10^{-7}$ m. Für den optischen Weglängenunterschied erhält man:

$\delta \ = \ c * \Delta t \ = \ s * \left(\frac{v_E}{c}\right)^2 \ \approx \ 1.1 * 10^{-7}\ m.$ Das entspricht etwa 22% einer Wellenlänge. Da die Wege im Experiment vertauscht wurden, hätte man also insgesamt den doppelten Unterschied von 44% einer Wellenlänge beobachten sollen. Das macht im Interferenzbild eine Verschiebung von fast dem Abstand von einem Hell-Dunkel-Streifen aus. Die Beobachtung ergab allerdings im Rahmen der Meßgenauigkeit keine Verschiebung. Damit war die Äthertheorie definitiv widerlegt!

Lorentz postulierte 1892, daß die Länge s in Bewegungsrichtung durch einen Faktor s/γ mit

$$\gamma \ = \ \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v_E}{c}\right)^2}}$$

verkürzt wird (Lorentz-Kontratkion), wodurch der Zeitunterschied zu Null wird. Letztendlich führte die Diskussion zur Formulierung der speziellen Relativitätstheorie von Einstein (1905), die von der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit unabhängig von der Bewegung des Bezugssytems ausgeht.

Nebenbei, der Zeitvorteil für Öld Shatterhand wäre möglicherweise je nach Details nicht besonders groß gewesen, unter bestimmten Bedingungen jedoch durchaus substantiell. Nehmen wir an, daß die Flußgeschwindigkeit 0,5 m/sec – das entspricht 1,8 km/h – beträgt, und der Schwimmer sich maximal mit 1,0 m/sec – das entspricht etwa 3,6 km/h – fortbewegt. Außerdem sei die Strecke s gleich 100 m. (Der Weltrekord im Freistil liegt für die angenommene Strecke von insgesamt 200 m bei etwa 1,96 m/sec – 7 km/h.) Dann beträgt der Zeitvorteil tatsächlich knapp 36 Sekunden. Das wäre sicher durch Unterschiede in der Schwimmtechnik nicht leicht zu kompensieren gewesen. Insofern ist Karl Mays Geschichte tatsächlich glaubwürdig. Allerdings sieht die Sache anders aus, wenn es um geringere Fließgeschwindigkeiten geht. Bei 0,1 m/sec beträgt die Zeitdifferenz lediglich 1 Sekunde.